



ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Όγδοο Σετ Ασκήσεων

1. Βρείτε την τιμή του πολυωνύμου $p(A)$, όπου $p(\lambda) = \lambda^{100} + 5\lambda^{23} - 20\lambda^2 + 3\lambda - 3$, του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & b_1 & c_1 \\ 0 & 0 & a_2 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. (α') Βρείτε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

και δώστε τη μορφή Jordan του A .

- (β') Υπολογίστε το πολυώνυμο $p(A)$ του πίνακα A , αν

$$p(\lambda) = 3\lambda^5 - 5\lambda^2 - \lambda - 2.$$

3. Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο μίας γραμμικής απεικόνισης T είναι

$$c_T(\lambda) = [(\lambda + 1)^2 + 4]^2(\lambda + 3)^4.$$

- (α') Δώστε **όλες** τις πιθανές μορφές Jordan για την T .

- (β') Δώστε μία πιθανή **πραγματική** κανονική μορφή.

4. Βρείτε τη μορφή Jordan του κάθε πίνακα:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$