

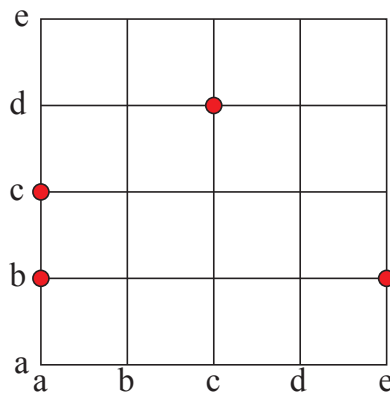


Εισαγωγή στην Άλγεβρα
Πρόοδος πρώτη – 3 Νοεμβρίου 2014
Διάρκεια εξέτασης 30 λεπτά

Όνομα _____
A.M. _____

| Θέμα | 1 | 2 | 3 | 4 | Σύνολο |
|---------|---|---|---|---|--------|
| Μονάδες | 2 | 2 | 4 | 2 | 10 |
| Βαθμός | | | | | |

1. Μία σχέση ισοδυναμίας \sim στο σύνολο $\{a, b, c, d, e\}$ περιλαμβάνει τα στοιχεία του πλέγματος του σχήματος (π.χ. το $a \sim b$) και είναι η μικρότερη δυνατή Σ.Ι. με τα παραπάνω στοιχεία. Βρείτε όλα τα ζεύγη της \sim και σημειώστε τα στο σχήμα.



(2)

2. Σημειώστε **Σωστή** ή **Λάθος** για κάθε παρακάτω πρόταση (χωρίς περαιτέρω εξήγηση):

(α) Για σύνολα A, B, C , εάν $C \subset A \cup B$, τότε $C \subset A$ και $C \subset B$.

(β) Για σύνολα A, B, C , ισχύει: $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$.

(γ) Για A, B, C υποσύνολα υπερσυνόλου X , $(A \cap B \cap C)^c = A^c \cup B^c \cup C^c$.

(δ) Το δυναμοσύνολο του συνόλου $A = \{\{a\}, \{0, 1\}\}$ έχει οκτώ στοιχεία.

(2)

3. Δείξτε αν ισχύει η κάθε παρακάτω πρόταση και δώστε απόδειξη ή αντι-παράδειγμα :
- (α) Εάν ο ακέραιος n^2 είναι περιττός, τότε και ο n είναι περιττός.
 - (β) Υπάρχουν ακριβώς έξι διαφορετικές σχέσεις ισοδυναμίας σε ένα σύνολο με τρία στοιχεία.
 - (γ) Δείξτε ότι, εάν η σύνθετη συνάρτηση $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$, $g \circ f$ είναι επί, τότε και η συνάρτηση $g : B \rightarrow C$ είναι επί.
 - (δ) Το σύνολο των ακεραίων αριθμών \mathbb{Z} είναι αριθμήσιμο.

(4)

4. Με μαθηματική επαγωγή, δείξτε ότι

$$\forall n \geq 1, \quad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$