



ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Πρώτο σετ Ασκήσεων

1. Να βρεθούν, με απαλοιφή Γαουβ, οι λύσεις καθενός από τα παρακάτω γραμμικά συστήματα εξισώσεων:

$$\begin{cases} x - y + 3z = 3 \\ 3x - 2y + z = -1 \\ 2x + 3y - z = 5.5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ -2y + z = 2 \\ 2x + y - 3z = 2 \end{cases}$$

[Απαντήσεις: $(1/2, 2, 3/2)$, $(19/16, -9/8, -1/4)$.]

2. Δώστε το παρακάτω σύστημα σε μορφή πινάκων ως $Ax = b$.

$$\begin{cases} 4x - 7y = 10 \\ 6x + ky = 2 \end{cases}$$

Να βρεθούν οι λύσεις του γραμμικού συστήματος ως συναρτήσεις της παραμέτρου k . Πότε έχουμε ακριβώς μία λύση, πότε απειρία λύσεων και πότε δεν υπάρχει λύση;

Μία πρώτη γεωμετρική ερμηνεία λέει ότι η κάθε εξίσωση δίνει ευθεία στο επίπεδο. Εξηγήστε την απάντησή σας σχεδιάζοντας τις ευθείες αυτές για διάφορες τιμές της παραμέτρου k .

Η δεύτερη γεωμετρική ερμηνεία λέει ότι το σύστημα μας ζητά να εκφρασθεί το διάνυσμα b του δεξιού μέλους ως **γραμμικός συνδυασμός** των διανυσμάτων στήλης του πίνακα A . Κάντε κατάλληλο σχήμα για να εξηγήσετε την απάντησή σας από αυτή τη δεύτερη σκοπιά.

3. Δείξτε ότι το σύνολο των λύσεων του συστήματος

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + 3y - z = 3 \end{cases}$$

είναι ευθεία στο χώρο και βρείτε την εξίσωσή της.

Εάν έχουμε μία τρίτη εξίσωση: $x + 4y - 2z = c$, να βρεθούν τιμές της σταθεράς c τέτοιες ώστε το σύστημα 3 εξισώσεων να έχει (α) άπειρες λύσεις και (β) καμμία λύση. Έχει αλλάξει το σύνολο λύσεων στην περίπτωση (α) σε σχέση με το αρχικό;