



ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Πρώτο σετ Ασκήσεων

1. Δώστε προσεκτικά την απόδειξη της ιδιότητας

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

Ως εναλλακτική απόδειξη, με βάση ένα διάγραμμα Venn, εκφράστε το κάθε μέλος της ισότητας ως ένωση υποσυνόλων με κενή τομή και επαληθεύστε ότι είναι τα ίδια.

2. Δείξτε τις σχέσεις του de Morgan

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c, \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c,$$

όπου A, B υποσύνολα καθολικού συνόλου X .

3. Με μαθηματική επαγωγή, δείξτε ότι για κάθε φυσικό αριθμό n ισχύει

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2.$$

4. Ένα σύνολο A έχει n μέλη, για κάποιον φυσικό αριθμό n . Δείξτε ότι το δυναμοσύνολο του, $\mathcal{P}(A)$, έχει ακριβώς 2^n μέλη.

Τέλος, δείξτε ότι $n < 2^n$ για κάθε φυσικό αριθμό.